CAP. IV

SORTIDA DE GASOS PER ORIFICIS

§ 1. — Teoría de l'efusió

Com se sab, la quantitat de gas que flueix per un orifici practicat en paret prima, quan el fenomen és isotèrmic, és donada per la fórmula (*)

$$M = \rho q v \qquad [1]$$

on ρ és la densitat del gas en la secció mínima de la vena, q l'àrea de dita secció i v la velocitat de sortida. Per a determinar v, com que se suposa el procés isotèrmic, s'igualarà el treball produit a la força viva adquirida. D'aquesta manera es té

$$\frac{v^2}{2} + \int_{p'}^{p} \frac{dp}{\rho} = 0 \qquad [2]$$

on p' representa la pressió en el recipient d'un flueix el gas i p la pressió en la secció mínima de la vena. Si ultra això es considera el gas com a perfecte es tindrà, empleant la notació acostumada

$$\frac{p}{\rho} = \frac{1}{\rho_1}$$

(*) Vegt's Winkelmann, I, p. 1340.

i d'aquesta manera l'equació [2] es converteix en

$$\frac{v^2}{2} + \frac{1}{\rho_1} l \frac{p}{p_1} = 0$$

o sigui

$$v^2 = \frac{2}{\rho_1} l \frac{p}{p'}$$

Si p'' és la pressió a l'exterior del recipient i es compleix que $p' > \sqrt{e}\, p''$, ha demostrat Hugoniot (*) que $p = \frac{1}{\sqrt{e}} p'$, i per tant

$$v^2 = \frac{1}{\rho_1}$$

amb la qual cosa l'expressió [1] es transforma en

$$M = \frac{qp}{\sqrt{\rho_1}} = q \sqrt{\rho_1}\, p = q \sqrt{\frac{\rho_1}{e}}\, p'$$

D'aquí endavant i de la mateixa manera que en el capítol anterior, amidarem la despesa, no per la massa de gas, sinó pel producte pv que representarem per φ. Es té evidentment, si se suposa el gas perfecte

$$Q = pv = \frac{M}{m} RT = \frac{M}{\rho_1} \qquad [3]$$

i per tant

$$Q = \frac{q}{\sqrt{\rho_1}} \frac{1}{\sqrt{e}} p' \qquad [4]$$

Aquí es veu que la despesa és proporcional a l'àrea de la secció mínima de la vena, a l'arrel quadrada de la temperatura i a la pressió en l'interior del recipient, no depenent de la pressió exterior.

(*) HUGONIOT, *Comp. Rend.*, 103, 241, 1886.

Aquestes lleis es compleixen rigorosament, com ha comprovat el mateix Knudsen, quan la pressió del gas és prou gran perquè el diàmetre de l'orifici sigui almenys deu vegades major que el recorregut lliure mitjà de les molècules, és a dir, la teoría anterior és vàlida quan es pot prescindir de la qüestió molecular del gas considerant-lo com a un mitjà continu. Dels seus experiments resulta també que la vena no es contrau, és a dir, que en la fórmula [4] es pot igualar q a l'àrea de l'orifici. Però quan les dimensions de l'orifici són molt petites en relació a λ, el mecanisme de l'efusió canvía per complet de naturalesa, puix aleshores la sortida del gas serà deguda als moviments de què, segons la teoría cinètica, es troben animades les molècules, i per tant, sols aquesta teoría serà capaç d'explicar-nos les lleis d'aquest fenomen.

Per a calcular el flux d'un gas a través d'un orifici petit practicat en paret prima, admetrem que la seva presencia no introdueix modificació en les posicions i velocitats de les molècules, hipótesi el compliment de la qual sols es pot esperar a priori quan les dimensions de l'orifici siguin petites en comparació amb el recorregut lliure mitjà. En aquest supòsit, per a calcular el flux d'un gas a través d'un orifici d'àrea A, caldrà només comptar el nombre de molècules que per unitat de temps xoquen amb la superficie A.

Si l'orifici posa en comunicació dos dipòsits on els nombres de molècules per unitat de volum siguin N′ i N″ respectivament, les molècules que en un segón passen de la primera a la segona seràn

$$\frac{1}{4}A\bar{c}(N'-N'')$$

i per tant

$$M=\frac{1}{4}A\bar{c}\,(N'm-N''m)=\frac{1}{4}A\bar{c}\,(\rho'-\rho'')$$

i fent ús de les fórmules fondamentals de la teoría cinètica

$$M = \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\rho_1}\,(p' - p'')$$

i segons [3]

$$Q = \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{\rho_1}} (p' - p'') \qquad [5]$$

d'on

$$S = \frac{\varphi}{p' - p''} = \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{\rho_1}} \qquad [6]$$

La magnitut $\frac{\sqrt{2\pi}}{A}$ és anomenada per Knudsen *resistencia* de l'orifici, i designant-la per W es té:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{\rho_1}} \frac{p' - p''}{W} \qquad [5']$$

$$S = \frac{1}{\sqrt{\rho_1}} \frac{1}{W} \qquad [6']$$

Per a comprovar la teoría precedent s'ha estudiat el flux d'un gas a través d'un orifici practicat en una làmina de platí, amidant la seva àrea per mitjà d'un microscopi proveit de cambra clara. Aquest orifici posava en comunicació dos dipòsits de volums V_1 i V_2 les pressions dels quals s'amidaven per mitjà de sengles manòmetres de Mc. Leod.

D'aquesta manera fou comprovada la fórmula [6']. En resulta en primer lloc, que per a un tub i un gas donat

$$S\sqrt{\rho_1} = \text{const.} = S\sqrt{\frac{\rho_0}{1 + \alpha t}}$$

o bé

$$\frac{S}{\sqrt{1 + \alpha t}} = \text{const.} \qquad [7]$$

on t_1 representa la temperatura de l'orifici. Si t_2 és la temperatura dels dipòsits, el valor S′ calculat directament segons les mides de pressió (Vegi's [16], cap. III) s'haurà de reduir a la temperatura t_1, tenint-se

$$S = S' \frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t_2}$$

per tant, la fórmula [7] diu que

$$S' \frac{\sqrt{1+\alpha t_1}}{1+\alpha t_2} \text{ const.} \quad (*)$$

Heusaquí els resultats obtinguts:

t_1	t_2	$p \frac{\text{dines}}{\text{cm}^2}$	S′	$S' \frac{273+t_1}{273+t_2}$	$S' \frac{\sqrt{273+t_1}}{273+t_2}$
22,2°	21,6°	0,0271	0,783	0,785	0,754
100, °	22,3°	0,0228	0,700	0,784	0,756
22,2°	21,7°	0,0170	0,784	0;885	0,755
100, °	22,3°	0,0141	0,689	0,870	0,754

Els nombres de la última columna comproven la constancia, prevista per la teoría, de la magnitut

$$\frac{S}{\sqrt{1+\alpha t_1}}$$

Anàlogues comprovacions de la fórmula [6′] han estat realitzades variant la naturalesa del gas i l'àrea del forat, obtenint-se una concordança perfecta sempre que la pressió mitjana era tal que λ era major que 10 vegades el diàmetre de la abertura. En augmentar la pressió s'observa que l'expressió [6′] deixa d'ésser satisfeta i quan λ és menor que la desena part del diàmetre de la abertura, els resultats experimentals concorden perfectament amb la fórmula [4] sempre que $p' > 2p''$ (en rigor $p' > \sqrt{e}\,p''$), i

(*) En els treballs originals, per error indubtablement, se tracta de comprovar la constancia de $S' \sqrt{\frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t_2}}$.

fent $q=A$, és a dir, l'efusió, en aquestes condicions, es pot considerar com un procés isotèrmic sense contracció de la vena.

§ 2. — Determinació de la pressió de vapor del mercuri

Els resultats precedents han tingut una aplicació important en la determinació de la tensió de vapor de mercuri.

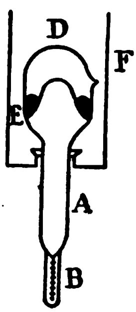

Fig. 4

L'aparell consisteix en un tub de vidre A (fig. 4) terminat en la part inferior en un tubet estret B amb divisions i que, per la part superior du una petita obertura C que el posa en comunicació amb el vas D, soldat al A i que conté mercuri.

Per a realitzar les mides es comença per voltar el vas D de glaç fundent, submergint la part inferior de l'aparell en una mescla de neu carbònica i benzèn. En aquestes condicions es produeix una efusió del vapor de mercuri, a través de la abertura C, per efecte de la diferencia de tensions en el dipòsit D i en el vas A. La quantitat de mercuri recollida per aquest procediment en el tub B, en el temps x, serà donada per l'expressió [5']

$$Q = \frac{1}{\sqrt{\rho_1}} \frac{p' - p''}{W}$$

Un estudi previ de l'aparell permet conèixer W (resistencia de la obertura i del tub A), i, de la massa φ de mercuri dipositada en B, es pot calcular p', o sia la pressió del vapor de mercuri a 0°, menyspreant la tensió

p'' en la part inferior de l'aparell. El valor obtingut fou

$$p' = 0,0001846 \text{ mm. de mercuri.}$$

En les determinacions successives es col·locava la part inferior en glaç fundent, amb la qual cosa $p'' = 0{,}0001846$, i el dipòsit D a diferents temperatures; la mateixa fórmula anterior permet calcular, en cada cas, la tensió del vapor de mercuri. Amb els valors obtinguts s'ha calculat els coeficients k_1 i k_3 de la fórmula de Hertz (*)

$$\log . p = k_1 - k_2 l \cdot T - \frac{k_3}{T}$$

pel mètode dels mínims quadrats, admetent per a k_2 el valor donat per Hertz. D'aquesta manera s'obté l'expressió

$$lp = 10,5724 - 0,847\, lT_1 - \frac{3342,26}{T} \qquad [8]$$

Comparant aquesta fórmula amb els resultats experimentals s'observa una concordança perfecta fins que, d'acord amb la teoría, s'arriba a una temperatura en la qual la corrent deixa d'ésser molecular, deixant, per tant, d'ésser aplicable el procediment anterior. Aquesta temperatura és de 60° aproximadament.

Knudsen ha extrapolat la fórmula [8] per a valors de la temperatura superiors a aquells per als quals ha estat calculada, obtenint una excel·lent concordança amb els resultats trobats per altres físics com Pfaundler, Morley, Hertz, Ramsay i Young, i Cailletet, Colardeau, Rivière, raó per la qual dóna com a vàlida la fórmula [8] en tot l'intèrval de temperatura estudiat, calculant una taula que dóna els logaritmes decimals de la pressió del vapor de mercuri entre —50° i + 890°.

(*) H. Hertz, *Wied. Ann.* 17, 199, 1882.

BIBLIOGRAFÍA

EFUSIÓ

FLIEGNER. —*Ausströmen der Luft durch gut abgerundete Münďungen; Zürich. naturf. Ges.* 1873.

ERNST, HERMANN. — *Über das Ausströmen von Gasen durch öffnun gen in dünnen Waud. Diss.* Breslau, 188 v.

H. WILDE.—*On the velocity with which air rushes into a vacuum, etc. Manch. Proceed.* 25, 17, 38, 207, 1886.

O. REYNOLDS.—*On the Flow of Gases. Phil. Mag.* (5) 21, 185, 1886.

G. A. HIRN. — *Recherches expérimentales sur la limite de la vitesse que prend un gaz, quand il passe d'une pression à une autre plus faible. Ann. d. chim. et de pyhs.* (6) 7, 289, 1886.

HATON DE LA GOUPILLIÈRE. — *Écoulement varié des gaz. C. R.* 103, 661, 709, 785, 1886.

HUGONIOT. — *Sur le mouvement varié d'un gaz comprimé dans un reservoir qui se vide librement dans l'atmosphère. C. R.* 103, 1002, 1178, 1886. *Sur la pression qui existe dans la section contractée d'une veine gazeuse. C. R.* 103, 241, 1886.

PARENTY.—*Sur les expériencies de Hirn, etc. C. R.* 103, 125, 1887.

HUGONIOT. — *Sur la vitesse limite d'écoulement des gaz. Journ. de phys.* (2) 6, 79.

VICTOR BLAESS. — *Über Ausströmversuche mit gesättigtem Wasserdampf. Phys. Journ.* 4, 82.

H. PARENTY.—*Sur une représentation géométrique et une formule de la loi d'écoulement des gaz parfaits à travers les orifices. C. R.* 113, 184, 1891.

— *Sur les dimensions et la forme de la section d'une veine gazeuse, où règne la contrepression limite pendant le débit limite. C. R.* 113, 594, 1891.

— *Sur les modifications de l'adiabatisme d'une veine gazeuse contractée. C. R.* 113, 791, 1891.

J. BOUSSINESQ.—*Rationalité d'une loi expérimentale de M. Parenty pour l'écoulement des gaz par les orifices. C. R.* 138, 29, 1904.

M. F. GUTERMUTH. —*Versuche über den Ausfluss des Wasserdampfes. ZS. d. Ver. D. Ing.* 48, 75, 1904.

SMOLUCHOWSKI. — *Zur Kinetische Theorie der Transpiration und Diffusion verdünnter Gase. Ann. d. Phys.* 33, 1559, 1910.

M. KNUDSEN. —*Die Molekularströmung der Gase durch Öfnungen und die Effusion. Ann. d. Phys.*, 28, 999, 1909.

TENSIÓ DEL VAPOR DE MERCURI

V. REGNAULT. —*Rél. d. Expér.* 2, 506, 1862.

LORD RAYLEIGH. — *On the tension of mercury vapours at common temperatures. Rep. Brit. Ass.* 1882, 441.

H. HERTZ. — *Über den Druck des gesättigten Quecksilberdamfes. Wied. Ann.* 17, 193; 1882.

ERNST, B. HAGEN. — *Über die Spannungen des gesättigten Quecksilberdampfes bei niederen Temperaturen. Wied. Ann.* 16, 610. 1882.

MC. LEOD. — *On the pressure of the vapour of Mercury at the ordinary temperature. Rep. Brit. Ass. Southport*, 443, 1883.

J. D. VAN DER PLAATS. — *Sur le poids et la tension de la vapeur de mercure saturée à la température ambiante. Rec. trav. dum.* 5, 149, 1886.

W. RAMSAY y S. YOUNG. — *On the Vapour-pressures of Mercury. J. chem. soc.* 49, 37, 1886.

L. PFAUNDLER. — *Über die Spannkraft der Quecksilberdämpfe im Intervall* 0° *bis* 100°, *Wied. Ann.* 63, 36, 1897.

L. CAILLETET, COLARDEAU ET RIVIÈRE. — *Recherches sur les tensions de la vapeur de mercure saturée. C. R.* 130, 1585, 1900.

EDWARD W. MORLEY.— *Über den Dampfdruck des Quecksilbers bei gewöhnlichen Temperaturen. Z S. f. phys. Chem.* 49, 95, 1904. *Phil. Mag.* (6) 7, 662, 1904.

M. KNUDSEN.—*Experimentelle Bestimmung des Druckes gesättigter Quecksibberdämpfe bei* 0° *und höheren Temperaturen. Ann. d. Phys.*, 29, 179, 1909.